Используя принцип Шаудера, показать, что следующие системы уравнений имеют решения:

1. $$\begin{cases} x = \sin \pi(x+y), \\ y = \cos \pi(x-y); \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x = \ln(1+x^2+y^2)^{1/5}, \\ y = \frac{x}{x^2+y^2+2}; \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x = 4\sqrt{|y|+1}, \\ y = 6\sqrt{|x|+1}; \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} x = \dfrac{1}{3(1+x^2)} + y, \\ y = e^{-\frac{1}{x}} + e^{-\frac{1}{y}} + 2; \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} x = ye^{-(1+x^2)} + 1, \\ y = \dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2+y^2}; \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} x = \dfrac{1}{8}\sqrt{2x^2+3y^2+x+1}, \\ y = \frac{1}{4}\sqrt{x^2+y^2+2y+3}. \end{cases}$$

7. $$\begin{cases} x = \frac{y}{1+y^2}, \\ y = e^{-(x^2+y^2)}; \end{cases}$$

8. $\begin{cases} x = \sin y, \\ y = \cos x; \end{cases}$

9. $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{y}, \\ y = 1 + \sqrt{x}; \end{cases}$

10. $\begin{cases} x = \ln(2 + x^2 + y^2), \\ y = \dfrac{x}{x^2 + y^2 + 1}; \end{cases}$

11. $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt[3]{x^2 + y^2}}{2 + x^2}, \\ y = \sqrt{|x|}e^{-(1+y^2)} + 1; \end{cases}$

12. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{2}\sqrt{x^2 + y^2 + x + 1}, \\ y = \dfrac{1}{3}\sqrt{x^2 + y^2 + y + 2}. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2 + x^2}, \\ y = xe^{-(1+y^2)} + 1. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{4}\,x + \dfrac{3}{16}\,y + \sin x, \\ y = \dfrac{1}{3}\,x - \dfrac{1}{4}\,y + \cos y; \end{cases}$

15. $\begin{cases} x = \dfrac{x}{2(1 + x^2)} + y, \\ y = e^{-\frac{1}{x^2+1}} + e^{-\frac{1}{y^2+1}} - 2. \end{cases}$