

2 курс (непрерывность и дифференцируемость)

Исследовать непрерывность функции при $x=0, y=0$:

1. $f(x, y) = \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

2. $f(x, y) = \frac{x^3 y^2}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

3. $f(x, y) = \frac{2x^2 y^2}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

4. $f(x, y) = \frac{2x^3 y^3}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

5. $f(x, y) = \frac{x^4 - y^4}{x^4 + y^4}; f(0, 0) = 0$

6. $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

7. $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

8. $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4}; f(0, 0) = 0$

9. $f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

10. $f(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

11. $f(x, y) = \frac{3x^2 y^2}{x^4 + y^4}; f(0, 0) = 0$

12. $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^4 + y^4}; f(0, 0) = 0$

13. $f(x, y) = \frac{x^4 y^2}{x^2 + y^2}; f(0, 0) = 0$

Доказать, что следующие функции непрерывны в начале координат:

14. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$

15. $f(x, y) = \begin{cases} x^3 \ln(x^2 + y^2), & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$

16. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$

$$17. f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{x}, & x \neq 0 \\ y, & x = 0. \end{cases}$$

$$18. f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} y}{x - y}, & x \neq y \\ 0, & x = y. \end{cases}$$

$$19. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y - x^2 y^2}{x^3 - y^3}, & x \neq y \\ 0, & x = y. \end{cases}$$

Доказать, что следующие функции не являются непрерывными в начале координат:

$$20. f(x, y) = \begin{cases} \sin \frac{y}{x}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

$$21. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^2}{x^3 + y^3}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

$$22. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

$$23. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^2}{x^2 + y}, & x^2 + y \neq 0 \\ 0, & x^2 + y = 0. \end{cases}$$

$$24. f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

$$25. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$