

ЗАДАНИЕ №1, 2-й курс МКН

Дана матрица  $A$  линейного оператора в стандартном базисе трехмерного евклидова пространства. Выполнить задания пунктов 1)-4):

1) Найти собственные значения и соответствующие им собственные подпространства данного оператора;

2) Найти ортонормированный базис, состоящий из собственных векторов оператора;

3) Найти ортогональную матрицу  $T$  и диагональную матрицу  $B$ , для которой выполняется равенство  $B = T^{-1}AT$ ;

4) Выяснить, имеет ли уравнение  $X^2 = A$  решение в кольце матриц  $3 \times 3$  над полем  $R$ .

$$1. \begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ -2 & 4 & -4 \\ -4 & -4 & -2 \end{pmatrix} \quad 9. \begin{pmatrix} 12 & -6 & 4 \\ -6 & -4 & 12 \\ 4 & 12 & 6 \end{pmatrix} \quad 17. \begin{pmatrix} 12 & -4 & -6 \\ -4 & 6 & -12 \\ -6 & -12 & -4 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 4 & -8 & 8 \\ -8 & 4 & 8 \\ 8 & 8 & 4 \end{pmatrix} \quad 10. \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix} \quad 18. \begin{pmatrix} 0 & 8 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix} \quad 11. \begin{pmatrix} -1 & -12 & -12 \\ -12 & 9 & -8 \\ -12 & -8 & 9 \end{pmatrix} \quad 19. \begin{pmatrix} 24 & 6 & -8 \\ 6 & 8 & 24 \\ -8 & 24 & -6 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 4 & 16 & 32 \\ 16 & 28 & -16 \\ 32 & -16 & 4 \end{pmatrix} \quad 12. \begin{pmatrix} -1 & 12 & 12 \\ 12 & 9 & -8 \\ 12 & -8 & 9 \end{pmatrix} \quad 20. \begin{pmatrix} -12 & -16 & 0 \\ -16 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 4 & 7 & -4 \\ 8 & -4 & 1 \end{pmatrix} \quad 13. \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad 21. \begin{pmatrix} 12 & 0 & -16 \\ 0 & 20 & 0 \\ -16 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 \\ 4 & 7 & 4 \\ -8 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad 14. \begin{pmatrix} 5 & 12 & 0 \\ 12 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} \quad 22. \begin{pmatrix} 4 & -4 & 2 \\ -4 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 4 & -8 & -8 \\ -8 & 4 & -8 \\ -8 & -8 & 4 \end{pmatrix} \quad 15. \begin{pmatrix} 16 & 2 & 8 \\ 2 & 16 & -8 \\ 8 & -8 & -14 \end{pmatrix} \quad 23. \begin{pmatrix} 12 & -4 & -6 \\ -4 & 6 & -12 \\ -6 & -12 & -4 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad 16. \begin{pmatrix} 5 & 0 & 12 \\ 0 & 13 & 0 \\ 12 & 0 & -5 \end{pmatrix} \quad 24. \begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -4 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lll}
25. \begin{pmatrix} -12 & 0 & -16 \\ 0 & 20 & 0 \\ -16 & 0 & 12 \end{pmatrix} & 37. \begin{pmatrix} -15 & 0 & -8 \\ 0 & 17 & 0 \\ -8 & 0 & 15 \end{pmatrix} & 49. \begin{pmatrix} 19 & -4 & 8 \\ -4 & 13 & 16 \\ 8 & 16 & -11 \end{pmatrix} \\
26. \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 \\ -4 & 1 & -8 \\ -4 & -8 & 1 \end{pmatrix} & 38. \begin{pmatrix} 17 & -6 & 6 \\ -6 & 1 & 18 \\ 6 & 18 & 1 \end{pmatrix} & 50. \begin{pmatrix} 11 & -12 & 24 \\ -12 & 21 & 16 \\ 24 & 16 & -3 \end{pmatrix} \\
27. \begin{pmatrix} -14 & 8 & 8 \\ 8 & 16 & -2 \\ 8 & -2 & 16 \end{pmatrix} & 39. \begin{pmatrix} 1 & -6 & -18 \\ -6 & 17 & -6 \\ -18 & -6 & 1 \end{pmatrix} & 51. \begin{pmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -12 \\ 0 & -12 & -5 \end{pmatrix} \\
28. \begin{pmatrix} 0 & -8 & 0 \\ -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} & 40. \begin{pmatrix} 11 & 12 & -24 \\ 12 & 21 & 16 \\ -24 & 16 & -3 \end{pmatrix} & 52. \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 6 \\ 0 & 6 & 8 \end{pmatrix} \\
29. \begin{pmatrix} 2 & -24 & 24 \\ -24 & 16 & 18 \\ 24 & 18 & 16 \end{pmatrix} & 41. \begin{pmatrix} 6 & -4 & 12 \\ -4 & 12 & 6 \\ 12 & 6 & -4 \end{pmatrix} & 53. \begin{pmatrix} 4 & -18 & -12 \\ -18 & 4 & -12 \\ -12 & -12 & 14 \end{pmatrix} \\
30. \begin{pmatrix} 9 & -8 & -12 \\ -8 & 9 & -12 \\ -12 & -12 & -1 \end{pmatrix} & 42. \begin{pmatrix} -11 & -16 & -8 \\ -16 & 13 & -4 \\ -8 & -4 & 19 \end{pmatrix} & 54. \begin{pmatrix} 19 & 4 & -8 \\ 4 & 13 & 16 \\ -8 & 16 & -11 \end{pmatrix} \\
31. \begin{pmatrix} 9 & -2 & -6 \\ -2 & 9 & -6 \\ -6 & -6 & -7 \end{pmatrix} & 43. \begin{pmatrix} 0 & 0 & -18 \\ 0 & 18 & 0 \\ -18 & 0 & 0 \end{pmatrix} & 55. \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -6 \\ 0 & -6 & -8 \end{pmatrix} \\
32. \begin{pmatrix} -3 & 16 & 24 \\ 16 & 21 & -12 \\ 24 & -12 & 11 \end{pmatrix} & 44. \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -4 \\ 4 & -4 & -2 \end{pmatrix} & 56. \begin{pmatrix} -4 & -6 & -12 \\ -6 & 12 & -4 \\ -12 & -4 & 6 \end{pmatrix} \\
33. \begin{pmatrix} -6 & -8 & 24 \\ -8 & 24 & 6 \\ 24 & 6 & 8 \end{pmatrix} & 45. \begin{pmatrix} -4 & -6 & 12 \\ -6 & 12 & 4 \\ 12 & 4 & 6 \end{pmatrix} & 57. \begin{pmatrix} 6 & 4 & 12 \\ 4 & 12 & -6 \\ 12 & -6 & -4 \end{pmatrix} \\
34. \begin{pmatrix} 1 & -8 & -4 \\ -8 & 1 & -4 \\ -4 & -4 & 7 \end{pmatrix} & 46. \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & 58. \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ -4 & 1 & 8 \\ 4 & 8 & 1 \end{pmatrix} \\
35. \begin{pmatrix} -12 & 16 & 0 \\ 16 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{pmatrix} & 47. \begin{pmatrix} -4 & 12 & 6 \\ 12 & 6 & -4 \\ 6 & -4 & 12 \end{pmatrix} & 59. \begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & -2 \end{pmatrix} \\
36. \begin{pmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & -4 & 12 \\ -4 & 12 & 6 \end{pmatrix} & 48. \begin{pmatrix} 4 & -4 & 2 \\ -4 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix} & 60. \begin{pmatrix} -2 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & -2 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}
\end{array}$$