

## Математическая логика и теория алгоритмов

**Задание 4.** Построить машину Тьюринга, выполняющую указанные действия.

1.  $A=\{0,1\}$ . Считая непустое слово  $P$  записью числа в двоичной системе, получить двоичное число, равное неполному частному от деления числа  $P$  на 2 (например:  $1011 \rightarrow 101$ ).
2.  $A=\{a,b,c\}$ . Если  $P$  – слово чётной длины  $(0, 2, 4, \dots)$ , то выдать ответ  $a$ , иначе – пустое слово.
3.  $A=\{0,1,2\}$ . Считая непустое слово  $P$  записью числа в троичной системе счисления, определить, является оно чётным числом или нет. Ответ: 1 (да) или 0. (*Замечание:* в чётном троичном числе должно быть чётное количество цифр 1.)
4.  $A=\{a,b,c\}$ . Пусть  $P$  имеет нечётную длину. Оставить в  $P$  только средний символ.
5.  $A=\{a,b,c\}$ . Если слово  $P$  имеет чётную длину, то оставить в нём только левую половину.
6.  $A=\{a,b,c\}$ . Приписать слева к непустому слову  $P$  его первый символ.
7.  $A=\{a,b\}$ . Для непустого слова  $P$  определить, входит ли в него ещё раз его первый символ. Ответ:  $a$  (да) или пустое слово.
8.  $A=\{a,b\}$ . В непустом слове  $P$  поменять местами его первый и последний символы.
9.  $A=\{a,b\}$ . Определить, является  $P$  палиндромом (перевёртышем, симметричным словом) или нет. Ответ:  $a$  (да) или пустое слово.
10.  $A=\{a,b\}$ . Заменить в  $P$  каждое вхождение  $a$  на  $bb$ .
11.  $A=\{a,b,c\}$ . Заменить в  $P$  каждое вхождение  $ab$  на  $c$ .
12.  $A=\{a,b\}$ . Удвоить слово  $P$  (например:  $abb \rightarrow abbabb$ ).
13.  $A=\{a,b\}$ . Удвоить каждый символ слова  $P$  (например:  $bab \rightarrow bbaabb$ ).
14.  $A=\{a,b\}$ . Перевернуть слово  $P$  (например:  $abb \rightarrow bba$ ).
15.  $A=\{0,1\}$ . Считая непустое слово  $P$  записью двоичного числа, получить это же число, но в четверичной системе. (*Замечание:* учесть, что в двоичном числе может быть нечётное количество цифр.)
16.  $A=\{0,1,2,3\}$ . Считая непустое слово  $P$  записью числа в четверичной системе счисления, получить запись этого числа в двоичной системе.
17.  $A=\{0,1,2\}$ . Считая непустое слово  $P$  записью положительного числа в троичной системе счисления, уменьшить это число на 1.
18.  $A=\{|\}$ . Считая слово  $P$  записью числа в единичной системе счисления, получить запись этого числа в троичной системе. (*Рекомендация:* следует в цикле удалять из единичного числа по палочке и каждый раз прибавлять 1 к троичному числу, которое вначале положить равным 0.)
19.  $A=\{0,1,2\}$ . Считая непустое слово  $P$  записью числа в троичной системе счисления, получить запись этого числа в единичной системе.
20.  $A=\{|\}$ . Считая слово  $P$  записью числа в единичной системе, определить, является ли это число степенью 3  $(1, 3, 9, 27, \dots)$ . Ответ: пустое слово, если является, или слово из одной палочки иначе.
21.  $A=\{|\}$ . Считая слово  $P$  записью числа  $n$  в единичной системе, получить в этой же системе число  $2n$ .
22.  $A=\{|\}$ . Пусть слово  $P$  является записью числа  $2n$   $(n=0, 1, 2, \dots)$  в единичной системе. Получить в этой же системе число  $n$ .
23. Пусть  $P$  имеет вид  $Q+R$ , где  $Q$  и  $R$  – непустые слова из символов 0, 1 и 2.
24. Трактую  $Q$  и  $R$  как записи чисел в троичной системе счисления (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа запись суммы этих чисел в той же троичной системе.
25. Пусть  $P$  имеет вид  $Q-R$ , где  $Q$  и  $R$  – непустые слова из символов 0, 1 и 2. Трактую  $Q$  и  $R$  как записи чисел в троичной системе счисления (возможно, с незначащими

- нулями) и считая, что  $Q \geq R$ , выдать в качестве ответа запись разности этих чисел в той же троичной системе.
26. Пусть  $P$  имеет вид  $Q = R$ , где  $Q$  и  $R$  – любые слова из символов  $a$  и  $b$ . Выдать ответ  $a$ , если слова  $Q$  и  $R$  одинаковы, и пустое слово иначе.
  27. Пусть  $P$  имеет вид  $Q = R$ , где  $Q$  и  $R$  – непустые слова из символов 0 и 1. Тракуя  $Q$  и  $R$  как записи двоичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа слово 1, если эти числа равны, и слово 0 иначе.
  28. Пусть  $P$  имеет вид  $Q > R$ , где  $Q$  и  $R$  – непустые слова из символов 0 и 1. Тракуя  $Q$  и  $R$  как записи двоичных чисел (возможно, с незначащими нулями), выдать в качестве ответа слово 1, если число  $Q$  больше числа  $R$ , и слово 0 иначе.
  29.  $A = \{(, )\}$ . Определить, сбалансировано ли слово  $P$  по круглым скобкам. Ответ:  $D$  (да) или  $H$  (нет).
  30.  $A = \{a, b\}$ . Если в  $P$  символов  $a$  больше, чем символов  $b$ , то выдать ответ  $a$ , если символов  $a$  меньше символов  $b$ , то выдать ответ  $b$ , а иначе в качестве ответа выдать пустое слово.